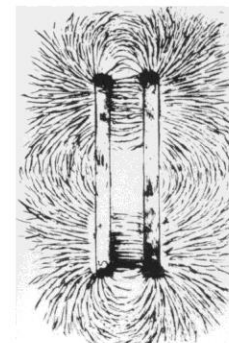
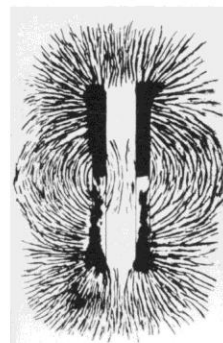
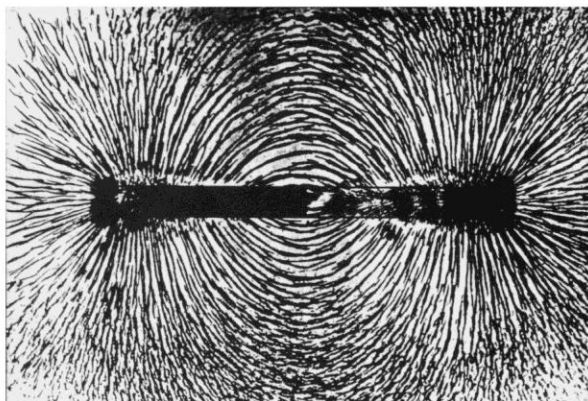


ELEKTROMAGNETIZAM

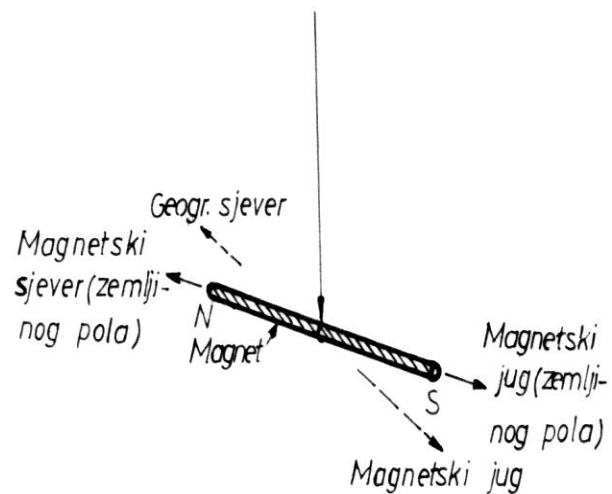
- Magnetizam je svojstvo tijela da privlači željezo i neke druge metale i njihove legure. To svojstvo mogu steći svi predmeti od željeza i čelika pogotovo ako se čelik legira sa plemenitim metalima kao što su kobalt, mangan i nikel itd. Svi predmeti koji posjeduju magnetska svojstva zovu se zajedničkim imenom magneti.
- Magnetni mogu biti prirodni ili umjetni. Prirodni magneti se nalaze u prirodi kao tzv. samorodno željezo. To svojstvo imaju i razni željezni oksidi npr. magnet **Fe_3O_4** .
- Umjetni magneti su oni koje proizvodimo na umjetan način, bilo direktnim dodiranjem sa drugim magnetom bilo pomoću električne struje. Za praktične potrebe dolaze u obzir jedino umjetni magneti jer ih možemo izrađivati po želji u onom obliku i s onim magnetskim svojstvima kako nam to u pojedinim slučajevima najbolje odgovara. Sve one materijale koji mogu uz primjenu prikladnog postupka steći magnetska svojstva nazivamo zajedničkim imenom feromagnetskim materijalima.

Ako magnet bilo kakvog oblika pospemo željeznom piljevinom, ili ga uronimo u nju pa ga nakon toga istresemo, opaziti ćemo da će glavnom sva željezna piljevina sa središnjeg dijela magneta spasti, dok će se na njegovim krajevima obilno zadržati. Krajevi magneta koji pokazuju najjača magnetska svojstva, nazivaju se magnetski polovi. Središnji dio magneta koji su izvedeni u obliku štapa identičan s njihovom poprečnom osi i u kojem magnet ne pokazuje nikakva svojstva, zove se neutralna os magneta.

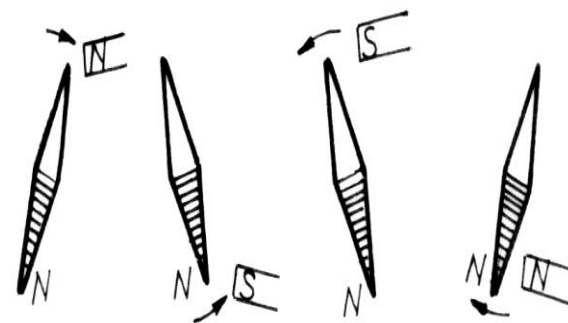


*Prikaz magnetskih osobina pomoću željezne piljevine;
a)jednog štapnog magneta i b) kombinacije dva štapna magneta
okrenuti jedan prema drugom jednim istoimenim i drugi put
raznoimenim magnetnim polovima*

Ako štapni magnet učvrstimo koncem ili tankom špagom oko neutralne osi i o nju ga objesimo, on će se uvijek postaviti u isti, tačno određeni, položaj s obzirom na polove zemlje . To pokazuje da je i naša zemlja ogroman magnet, čiji se južni pol nalazi blizu sjevernog geografskog pola, a sjeverni magnetski pol u blizini južnog geografskog pola zemlje. Onaj kraj magneta koji se okrene prema sjevernom nazvan južni pol S. Općenito se može reći da svaki magnet ima dva pola, jedan sjeverni N i jedan južni S pol



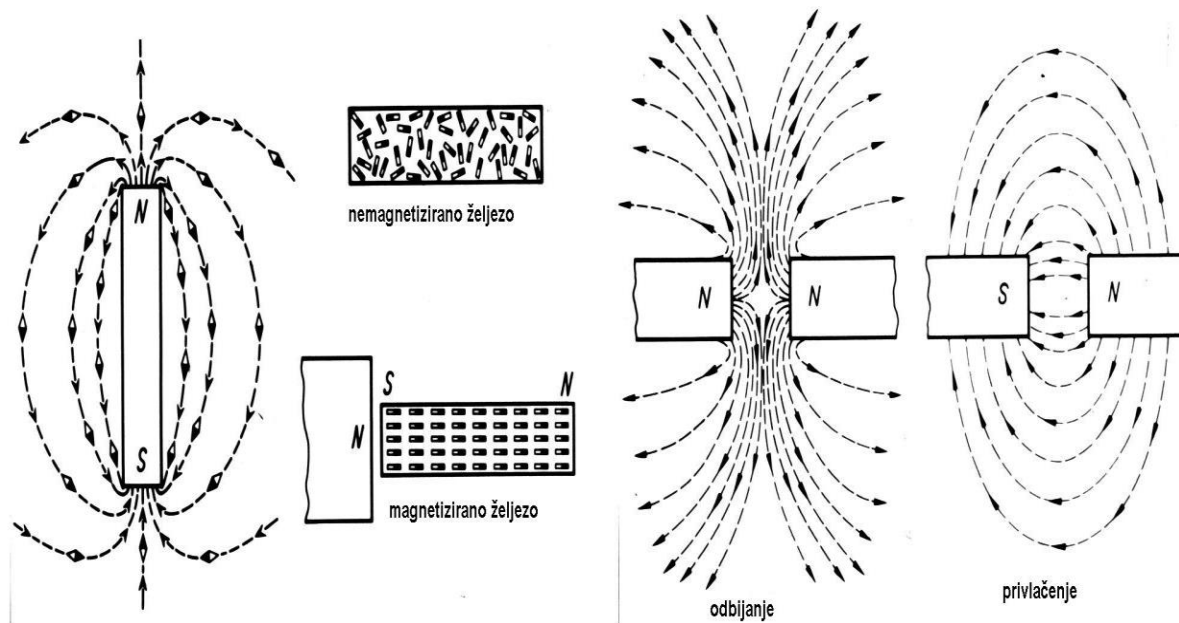
Slika 3.2. Ravni magnet se uvijek zakreće u pravcu sjever-jug



Slika 3.3. Istoimeni polovi se odbijaju, a raznoimeni privlače

- Privlačno djelovanje između magnetskih polova zemlje i magneta je korišteno još odavno za orijentaciju u pomorstvu pomoću kompasa (busola ili magnetska igla).
- Isto djelovanje možemo uočiti i između bilo koja dva magneta. Na slici je prikazano to djelovanje između štapnog magneta i magnetske igle. Vidimo da se istoimeni polovi mangeta odbijaju, a raznoimeni privlače.
- Zbog djelovanja sile između polova, po analogiji sa električnim nabojima, bili su uvedeni i mangetski naboji.
- Kasnije otkrića su pokazala da se ne mogu magnetski polovi izdvojiti i da ne postoji magnetski naboj, već da su magnetske pojave posljedica gibanja električnog naboja (struja)
- Prostoru u kome se manifestiraju magnetske pojave pripisuje se postojanje magnetskog polja.
- Veličina koja karakterizira magnetsko polje u nekoj tački zove se jakost magnetskog polja H .
- Postojanje magnetskog polja u bilo kojoj tački prostora oko magneta možemo ustanoviti pomoću magnetske igle
- Slično kao kod električnog polja i ovdje se koristimo magnetskim silnicama za slikovito prikazivanje oblika, smjera i jakosti magnetskog polja u pojedinim tačkama prostora

- Magnetske silnice su uvijek okomite na površinu iz koje izlaze odnosno u koju ulaze.
- Svaka silnica magnetskog polja je zatvorena sama u sebe pa kažemo da ona nema ni početka ni kraja.
- Da bi smjer magnetskog polja bio u svakoj njegovoj tački jednoznačno određen dogovoreno je da se kao smjer magnetskog polja smatra onaj u kojemu bi se gibao slobodni sjeverni pol od površine sjevernog do površine južnog pola magneta.
- Zato zamišljamo da silnice polja izlaze iz sjevernog pola, a ulaze u magnet na južni pol.
- Teoretski se svako magnetsko polje proteže u beskonačnost, bez obzira da li je magnet velik ili malen, jak ili slab.
- Ipak, u praksi smatramo da postoji magnetsko polje samo u onom prostoru oko magneta unutar kojeg se može osjetiti njegovo djelovanje na druge feromagnetske materijale



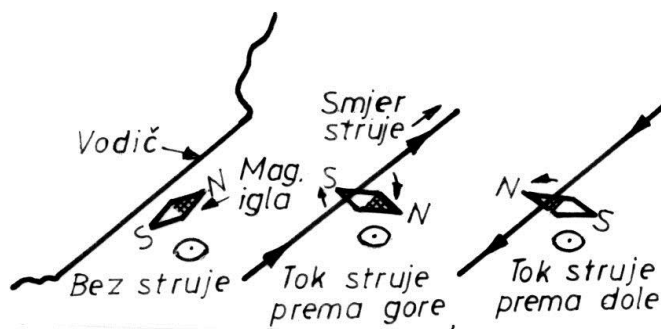
*magnetsko polje i molekularni magneti a);
magnetske silnice štapnih magneta b)*

- Magnetsko polje može biti nehomogeno i homogeno.
- Nehomogeno magnetsko polje je polje koje u različitim tačkama ima različit oblik i gustoću silnica na jedinicu površine.
- To znači da je njegova jakost u raznim mjestima različita.
- Za homogeno magnetsko polje karakterističan je jednak oblik i jednaka gustoća magnetskih silnica u svakoj njegovoj tački.
- Magnetske silnice homogenog polja su međusobno paralelne i okomite i na površinu magneta.
- Magnetsko polje je to homogenije što je manja udaljenost između susjednih polova magneta i što je veća površina ploha suprotnih polova magneta.
- Treba, međutim, naglasiti da polje neće nikada biti homogeno po čitavoj površini nego samo do neposredne blizine rubova obiju ploha polova magneta

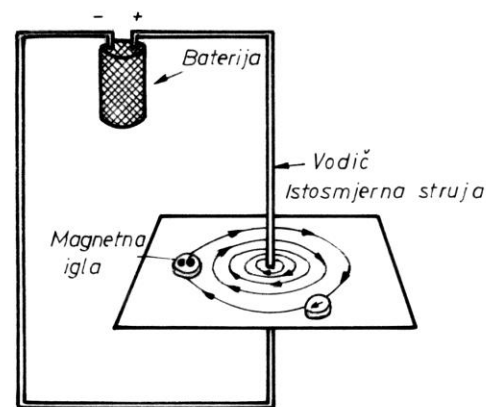
TEORIJA ELEKTROMAGNETIZMA

- Već smo prije rekli da su magnetske pojave posljedica gibanja električnog naboja odnosno toka električne struje.
- Vezu između električnih i magnetskih pojava prvi je uočio danski fizičar Hans Kristijan Ersted 1819. godine. On je zapazio da električna struja, koja teče kroz ravni vodič, djeluje na odklon magnetske igle.
- Magnetska igla postavljena okomito na ravninu vodiča kroz koji teče struja I na udaljenost r od žice, uvijek se postavlja tangencijalno na kružnicu polumjera r .
- Promjena smjera struje izaziva zakret magnetske igle za 180° .
- Stanje prostora oko vodiča kroz koji teče električna struja I u kojem djeluje sila na magnetsku iglu, naziva se magnetsko polje.
- Na istoj udaljenosti od vodiča je veličina sile na magnetsku iglu ista. Linije koje spajaju tačke jednake sile na magnetsku iglu nazivaju se magnetske silnice.
- Ako magnetsko polje ravnog vodiča predstavimo pomoću silnica, dobijemo magnetsko polje ravnog vodiča protjecanog strujom

- Možemo reći da se svakoj tački silnice može pripisati jedna sila čija je veličina proporcionalna vektoru jakosti magnetskog polja .
- Položaj vektora \mathbf{H} u pojedinim tačkama prostora oko ravnog vodiča protjecanog strujom je određen smjerom struje prema pravilu desne ruke.
- Za slučaj toka struje I okomito na ravninu papira (znak \odot i \otimes) na slici su primjenom pravila desne ruke određeni položaji vektora \mathbf{H}_1 i \mathbf{H}_2 u tačkama prostora 1 i 2.



*Erstedovo otkriće o
magnetske igle kod toka
električne struje*

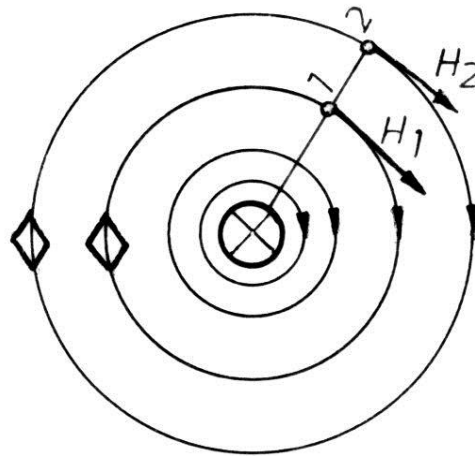


*Magnetsko polje oko
ravnog vodiča protjecanog strujom I*

- Mjerenjima jačine magnetskog polja došlo se do saznanja da je veličina sile, a time i jakosti magnetskog polja (**H**), proporcionalna jačini struje **I**, a obrnuto proporcionalna udaljenosti **R** od središta vodiča.
- Tu vezu između navedenih veličina možemo prikazati u obliku izraza

$$H = k \frac{I}{R}$$

gdje je k – konstantna veličina koju ćemo kasnije odrediti.



- Da bi ustanovili iznos i jedinicu za mjerenje jakosti magnetskog polja H , uvedimo najprije pojam magnetskog napona V_m (analogno električnom naponu U) i definirajmo ga kao integral po zatvorenoj krivulji duž zatvorenog puta vektora \vec{H} oko vodiča kroz koji teče električna struja tj.

$$V_m^A = \int_A^R \vec{H} d\vec{\ell}$$

gdje je R referentna tačka.

- Budući su magnetske silnice polja ravnog vodiča kroz koji teče struja koncentrične kružnice, a pri tome imamo još u vidu da je jačina polja H u svakoj tački iste silnice konstantnog iznosa i istog smjera sa \vec{H} , dobije se da je

$$V_m = \int_{\ell=0}^{2\pi R} \vec{H} d\vec{\ell} = \int_0^{2\pi R} H d\ell = H 2\pi R.$$

Ako na prethodnu sliku primjenimo zakon protjecanja

$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = \sum I_k,$$

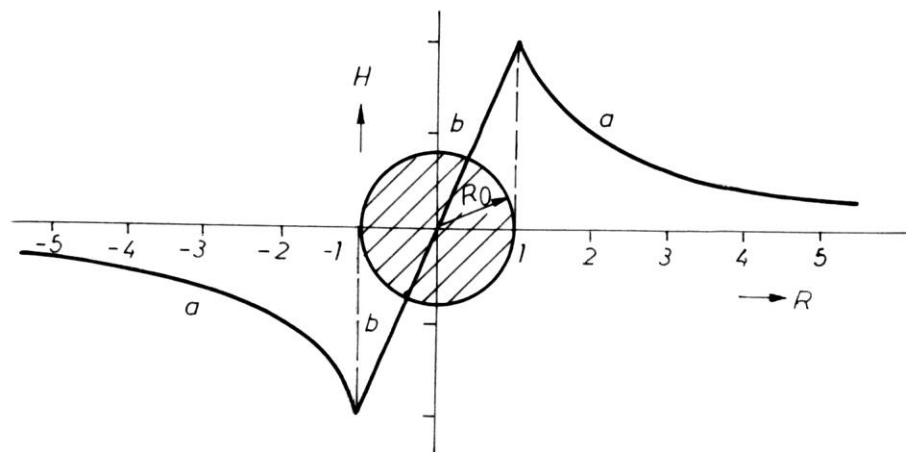
koji tvrdi da je krivuljni integral jakosti magnetskog polja **H** duž neke zatvorene krivulje jednak sumi struja kroz površinu ograničenu tom krivuljom, onda dobijemo da je

$$\oint \vec{H} d\vec{\ell} = I.$$

Koristeći prethodne izraze dobije se izraz za magnetsko polje izvan ravnog vodiča u obliku

$$H = \frac{1I}{2\pi R} \left(\frac{A}{m} \right).$$

- Tok jakosti polja H dat izrazom predstavljen je krivuljom **a** na narednoj slici .
- Uspoređujući izraze dobije se da je $k = \frac{1}{2\pi}$



Tok jakosti magnetskog polja H ravnog vodiča protjecanog strujom I_h :

a) izvan vodiča, b) unutar vodiča

Jačina magnetskog polja **H** unutar vodiča je predstavljena na slici **b**).

Jačina magnetskog polja unutar vodiča raste linearno sa poluprečnikom **R** od središta vodiča

Jedinica za jakost magnetskog polja je A/m.

- Koristeći izraze dobijemo da je magnetski napon V_m jednak struji I odnosno $V_m = I$
- Jedinica za magnetski napon je amper.
- Nazivnik izraza $2\pi R$ predstavlja duljinu ℓ magnetske silnice polja ravnog vodiča na udaljenosti R od središta vodiča. Uzimajući to u obzir, možemo pisati u obliku $H\ell = I = V_m$
- Gustoća struje u vodiču je određena izrazom $J = \frac{I}{\pi R_0^2}$
- Struju I_R , koja protiče kroz poprečni presjek vodiča poluprečnika R , možemo prikazati u obliku izraza

$$I_R = I \frac{\pi R^2}{\pi R_0^2} = I \frac{R^2}{R_0^2} .$$

- Jakost magnetskog polja koje stvara struja I_R je data izrazom

$$H = \frac{I_R}{2\pi R} .$$

- Kako je bilo korisno da se u elektrostatici uvedu dva vektora \vec{E} i električnog polja, isto tako će biti korisno uvesti dva slično vezana vektora magnetskog polja \vec{H} i \vec{B} .
- Jakost magnetskog polja \vec{H} već smo definirali, a magnetska indukcija \vec{B} je određena izrazom

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

- gdje je μ - apsolutna magnetska vodljivost ili permeabilnost.
- Apsolutna magnetska permeabilnost vakuumu je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{Vs}{Am} \right)$, dok se apsolutna magnetska permeabilnost ostalih materijala može prikazati u obliku izraza $\mu = \mu_0 \mu_r$,
- gdje je μ_r – relativna permeabilnost.
- S obzirom na veličinu relativne permeabilnosti, materijali se dijele na diamagnetske i paramagnetske.
- Materijali sa $\mu_r < 1$ zovu se diamagnetski, a sa $\mu_r > 1$ paramagnetski materijali. Paramagnetski materijali sa $\mu_r \gg 1$ zovu se feromagnetski materijali.

Magnetsko polje, kao i elektirčno polje, može se predstaviti sa silnicama magnetske indukcije, čiji se pravac podudara u svakoj tački sa pravcem vektora magnetske indukcije **B**. Magnetske silnice imaju smjer od sjevernog ka južnom polu. Ako je izvor magnetskog polja električna struja, silnice magnetskog polja su zatvorene linije oko vodiča. Sada se magnetska indukcija **B** može definirati kao gustoća silnica magnetskog polja na jedinicu površine. Izvedimo jedinicu za magnetsku indukciju.

$$(B) = (\mu H) = \left(\frac{Vs}{A \, m} \frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = 1 \, T \right).$$

Jedinica za mjerenje indukcije je jedan tesla (1T), odnosno Vs/m² = (Weber po m²).

SILE MAGNETSKOG POLJA NA RAVNI VODIČ PROTJEKAN STRUJOM

Eksperimentom je utvrđeno da svaki vodič kroz koji teče električna struja I koji se nalazi u magnetskom polju djeluje sila. Ta sila na ravni vodič u homogenom magnetskom polju indukcije \mathbf{B} je data izrazom

$$\vec{F} = k I \left(\vec{\ell} \times \vec{B} \right)$$

gdje je: I - jačina struje koja protiče kroz ravni vodič;

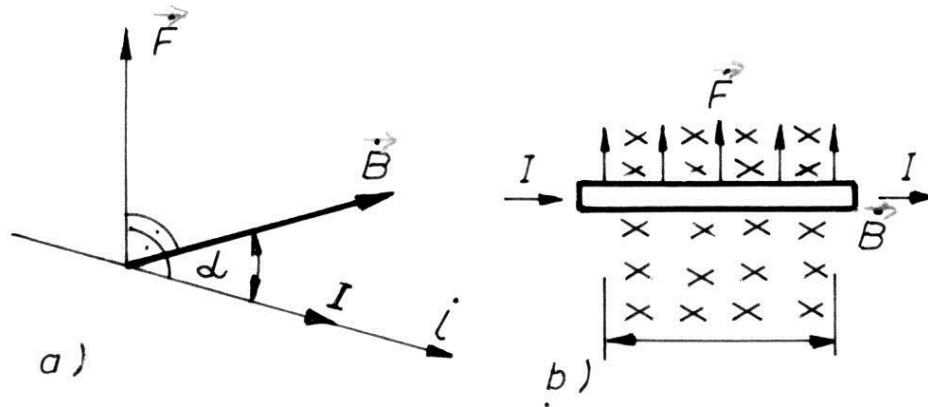
ℓ - ona duljina vodiča koja se nalazi u magnetskom polju indukcije \mathbf{B} . Ova dužina je vektor orijentiran u smjeru struje I vodiča;

k - koeficijent proporcionalnosti koji ovisi od izboru sistema mjernih jedinica.

U **SI** sistemu je $k = 1$, pa u tom slučaju dobijemo izraz za silu u obliku

$$\vec{F} = I \left(\vec{\ell} \times \vec{B} \right) \quad (N)$$

Smjer vektora sile \vec{F} je okomit na ravninu što je čine vektori $\vec{\ell}$ i \vec{B} , a određuje se po pravilu desnog vijka (pravilo vektorskog produkta $\vec{\ell} \times \vec{B}$)



- Vektor sile \vec{F} je okomit na ravninu što je čine vektori \vec{B} i $\vec{\ell}$ (a); duljina vodiča ℓ koja efektivno utječe na \vec{F} je samo ona duljina vodiča koja se nalazi u magnetskom polju
- Intenzitet sile F je određen izrazom

$$F = I \ell B \sin \alpha \text{ (N)}$$

Najveća sila nastaje kada je magnetska indukcija \mathbf{B} okomita na vodič kroz koji protiče struja I ($\alpha = 90^\circ$), a data je izrazom

$F_{\max} = B \ell I$ (N), dok je najmanja sila jednaka nuli ($F_{\min} = 0$) kada su magnetske silnice paralelne sa vodičem.

U slučaju da vodič nije prav ili polje nije homogeno, tada treba odrediti silu na element vodiča $d\ell$

$$d\vec{F} = I \left(d\vec{\ell} \times \vec{B} \right).$$

Ukupna sila na vodič, koji se dužinom ℓ nalazi u magnetskom polju, je data izrazom

$$\vec{F} = \int I \left(d\vec{\ell} \times \vec{B} \right).$$

U slučaju da vodič čini zatvorenu konturu, integraciju treba provesti po cijeloj konturi, a na konturu može djelovati i moment vrtnje. Magnetsku indukciju, kao osnovnu karakteristiku magnetskog polja, možemo sada definirati i preko sile

U SI sistemu imamo:

jedinicu sile **(F) = 1 N** (njutn) = 1 kp (kiloponda);

jedinicu dužine **(ℓ) = 1 m** (metar);

jedinicu jačine struje **(I) = 1 A** (amper).

Koristeći navedene jedinice za **F**, **I** i **ℓ** iz izraza dobijemo jedinicu

za indukciju $(B) = \frac{(F)}{(I)(\ell)} = \left(\frac{1N}{1A \ 1m} \right) = \left(1 \frac{Vs}{m^2} = \frac{1Wb}{m^2} = 1T \right).$

Vidimo da smo dobili istu jedinicu za indukciju kao i kod izvoda jedinice a indukciju **B** preko **H** i μ . U praksi se koristi i manja jedinica za magnetsku indukciju **1G (gaus) od 1T**. Odnos između 1G i 1T je $1T = 10^4 \text{ G}$ ili $1G = 10^{-4} \text{ T}$.

1G se može prikazati i u obliku $1G = 10^{-8} \frac{Vs}{cm^2}.$

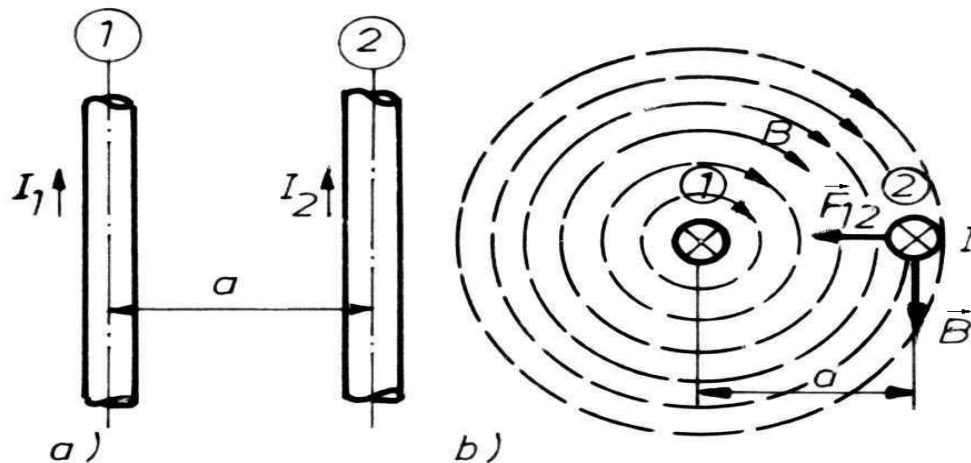
SILE IZMEĐU DVA RAVNA PARALELNA VODIČA KROZ KOJE PROTIČU STRUJE

Neka se dva tanka, duga i paralelna vodiča, kroz koje teku struje I_1 i I_2 nalaze na razmaku a , pa za taj slučaj izvedimo izraz za silu F kojom međusobno djeluje vodiči jedan na drugog. Na slici je predstavljeno silnicama magnetsko polje što ga stvara vodič 1. Ako se u magnetskom polju vodiča 1 nalazi vodič 2, kroz koji protiče struja I_2 , onda će na vodič 2 djelovati magnetsko polje vodiča 1 silom po jedinici dužine

$$F = B I_2$$

gdje je: B – indukcija što je stvara magnetsko polje vodiča 1, kroz koji teče struja I_1 , na mjestu vodiča 2;

F – sila po jedinici dužine vodiča.



Dva paralelna tanka vodiča protjecana strujom a); Prikaz sile F_{12} kojom vodič 1 djeluje na vodič 2 magnetskog polja vodiča

Koristeći ranije izraze može se indukcija **B**, što je stvarna vodič 1 na mjestu vodiča 2, prikazati u obliku

$$B = \frac{\mu I_1}{2 \pi a}$$

Uvrštavanjem **B** u izraz **F = B I₂** dobije se da je sila po jedinici duljine kojom prvi vodič protječan strujom **I₁** djeluje na drugi vodič protječan strujom **I₂**

$$B = \frac{\mu I_1}{2 \pi a}$$

Isto tolikom ali suprotnom silom djeluje drugi vodič na prvi. Na osnovu toga zaključimo da sile djeluju tako da se paralelni vodiči sa istim smjerovima toka struje privlače, a da se vodiči sa suprotnim smjerovima toka struje odbijaju.

Sada smo u mogućnosti da definiramo jedinicu jačine struje koja se naziva apsolutni amper. Uvrsti li se u izrazu $I_1 = I_2 = 1\text{A}$ i $a = 1\text{m}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VS/Am}$ dobije se $F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N/m}$.

Odatle slijedi da je struja jačine jednog ampera ona istosmjerna struja koja pri protjecanju kroz svaki od dva paralelna i beskonačno duga vodiča razmaknuta jedan metar u vakuumu, stvara silu na svaki vodič od $2 \cdot 10^{-7}$ njutna po metru dužine.

Kao posljedica ove definicije slijedi vrijednost konstante permeabilnosti Vakuuma

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right).$$

Sada smo u mogućnosti da definiramo i dielektričnu konstantu ϵ_0 .

Maxwel je utvrdio da se elektromagnetski valovi šire brzinom svjetlosti $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. On je našao vezu između brzine svjetlosti c_0 , konstantne permeabilnosti μ_0 i dielektričnosti ϵ_0 , koja je data izrazom

$$c_o = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}} .$$

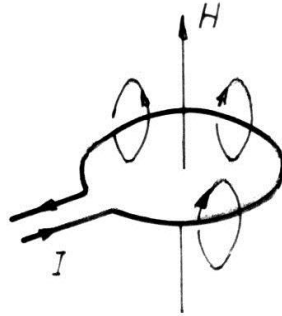
Iz ovog izraza proizilazi da je

$$\epsilon_o = \frac{1}{\mu_o c_o^2} = \frac{1}{36 \pi 10^9} \left(\frac{As}{Vm} = \frac{F}{m} \right) .$$

Na osnovu definicije apsolutnog ampera moguće je sada definirati sljedeće električne jedinice:

- Jedan kulon (**1C = 1As**) je ona količina naboja koja u istosmjernom strujnom krugu pri struji od jednog ampera, prođe u jednoj sekundi kroz presjek vodiča tog kruga. Statički kulon je bio definiran preko elektrostatske sile;
- Jedan volt (**1V**) je potencijalna razlika između dvije tačke kada se pri prenošenju naboja od jednog apsolutnog kulona iz jedne u drugu tačku utroši rad od jednog džula;
- Jedan om (**1Ω**) je elektirčni otpor koji pri struji od jednog ampera ima pad napona jedan volt

MAGNETSKO POLJE ZAVOJA ŽICE



Magnetsko polje zavoja žice kroz koji teče struja I

Vidimo da svi vektori magnetskog polja unutar zavoja žice imaju isti smjer pa ih možemo nadomjestiti sa jednim magnetskim poljem jakosti **H** koji leži u centru zavoja okomito na ravninu zavoja. Jakost magnetskog polja u centru zavoja je određena izrazom

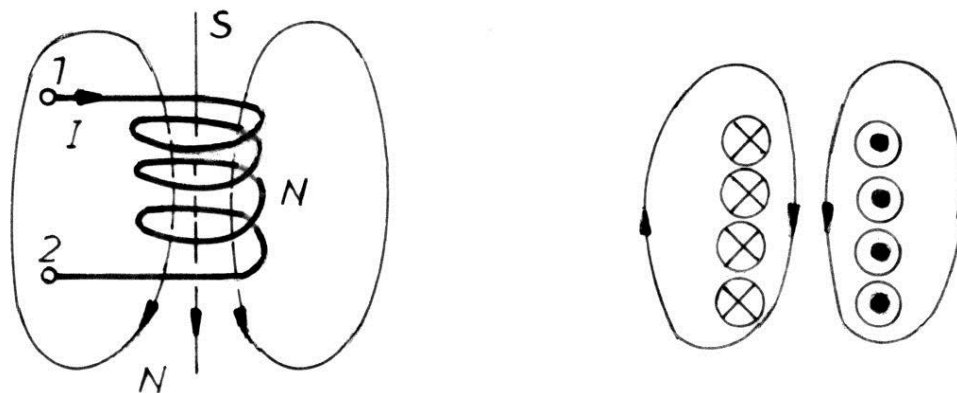
$$H = \frac{I}{2 \pi R},$$

gdje je **R** – poluprečnik zavoja.

Ovakvim pretstavljajanjem magnetskog polja možemo lako uočiti da se zavoj žice protjecan strujom može tretirati kao jedan magnet koji ima na jednoj strani sjeverni, a na drugoj južni magnetski pol. Zavoj žice protjecan strujom naziva se magnetski list.

MAGNETSKO POLJE ZAVOJNICE

Na slici je pretstavljena jedna zavojnica kroz koju teče struja I . Vidimo da je ona načinjena od N zavoja. Logično je očekivati da će se unutar zavojnice stvoriti jače magnetsko polje, pošto svaki zavoj kroz koje teče ista struja povećava magnetsko polje.



Magnetsko polje zavojnice kroz koju teče struja I

Jakost magnetskog polja zavojnice protjecane strujom, uz pretpostavku da je dužina zavojnice ℓ puta veća od poluprečnika R , iznosi

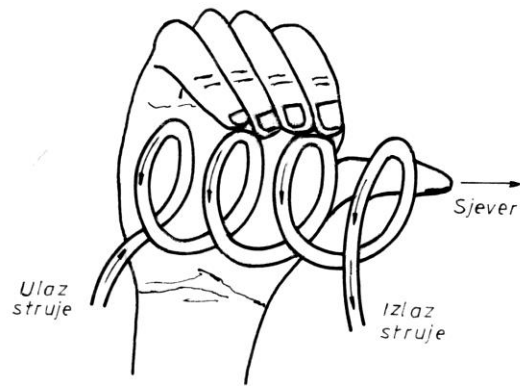
$$H = \frac{I N}{\ell} .$$

Polje unutar zavojnice je praktično homogeno. Vidimo, dalje, da se zavojnica kroz koju teče struja ponaša kao stalni magnet. Ako nestane toka struje u zavojnici ona gubi to svojstvo. Stoga je i opravdano da zavojnicu protjecanu strujom nazivamo elektromagnetom.

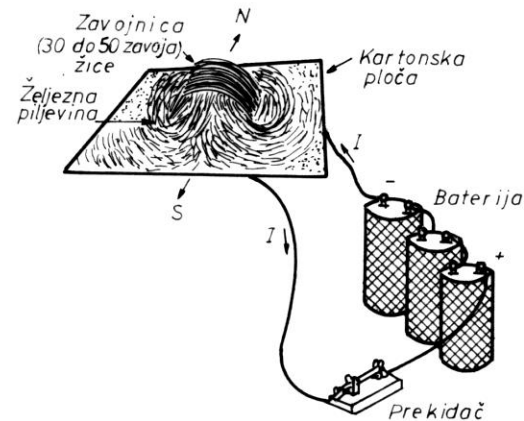
Onaj kraj zavojnice gdje silnice izlaze, ponaša se kao sjeverni pol stalnog magneta, a suprotni kraj kao južni pol.

Smjer polja u zavojnici se određuje po pravilu desnog vijka . Ako zavojnicu obuhvatimo desnom šakom tako da su svi prsti osim palca postavljeni u smjeru toka struje kroz zavoje zavojnice, onda ispruženi palac pokazuje smjer magnetskog polja u zavojnici.

Uočava se vrlo lako da zavojnica ima dva magnetska pola, da je polje unutar zavojnice homogeno, te da polje izvan zavojnice slabi što se više udaljavamo od ose zavojnice.



*Određivanje magnetskih
polova zavojnice protjecane
strujom*



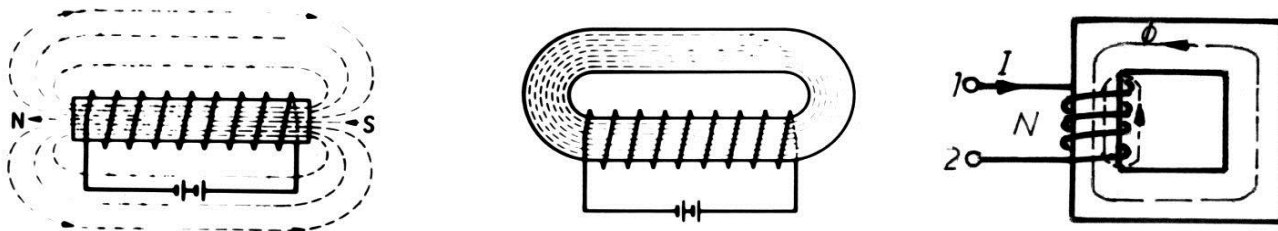
*određivanje magnetskog
polja zavojnice pomoću
željezne piljevine*

Prethodni izraz se može pisati i u obliku $\mathbf{H} \ell = \mathbf{I} \mathbf{N} = \boldsymbol{\theta}$
pa za produkt $\mathbf{I} \mathbf{N}$ uvedimo naziv "protjecanje" odnosno
magnetski napon zavojnice .

Magnetski napon ima jedinicu amper-zavoj (Az).

MAGNETSKO POLJE ZAVOJNICE SA JEZGROM OD FEROMAGNETSKOG MATERIJALA

Zavojnice mogu biti izvedene i sa jezgrom od feromagnetskog materijala. Pretpostavimo da je jezgra izvedena od mekog željeza, te da je na nju namotana ista zavojnica i da kroz nju teče ista struja I . Usporedimo li stanja zavojnica sa slikom uočićemo sljedeće razlike:



Zavojnica sa jezgrom od feromagnetskog materijala a); zavojnice sa zatvorenom jezgrom od feromagnetskog materijala b) i c)

Gotovo sve magnetske silnice polja što ih stvara zavojnica namotana na jezgri od feromagnetskog materijala protjecana strujom zatvaraju se kroz željezno jezgro, a samo mali dio se zatvara izvan jezgra (silnice rasipnog polja – sliku c);

- Indukcija **B** u željeznoj jezgri je znatno veća nego što je indukcija u zraku zavojnice, koja nema željeznu jezgru;
- Tokovi karakteristika **B = $\mu_r \mu_0$ H** su različiti. Kod zavojnice bez jezgre od feromagnetskog materijala tok indukcije **B = μ_0 H** je linearna funkcija, dok je kod zavojnice sa jezgrom od feromagnetskog materijala tok B-H karakteristike **B = $\mu_r \mu_0$ H** nelinearna funkcija .

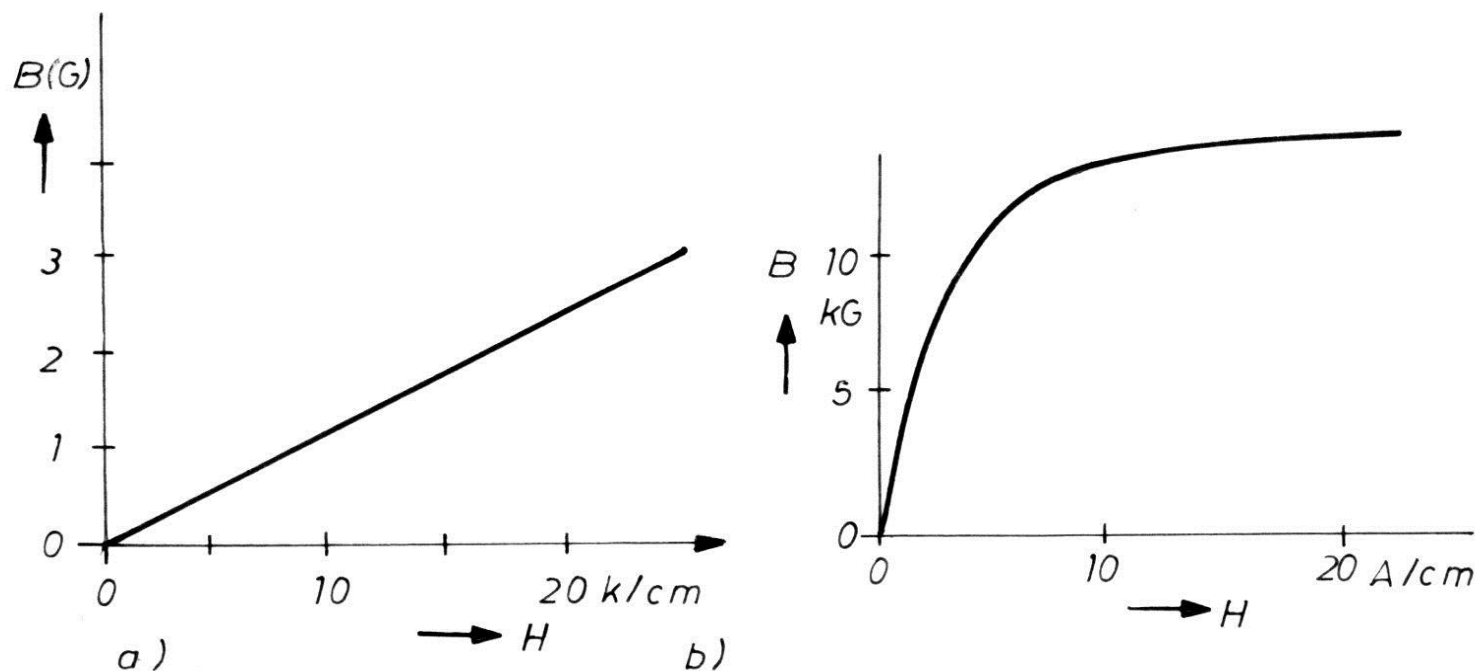
Za definiranje magnetskih prilika u praksi se vrlo često koristimo i pojmom magnetskog toka Φ . Pod pojmom magnetskog toka Φ podrazumijevamo broj silnica magnetske indukcije kroz neku površinu S, a definiramo ga izrazom $\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Za homogeno magnetsko polje u smjeru normale na površinu S dobijemo da je

$$\Phi = B S \left(\frac{Vs}{m^2} \right) \quad m^2 = 1 \quad Vs = 1 \quad Wb$$

Jedinica za tok u SI sistemu je 1 Vs odnosno 1 Wb (veber).

Sada možemo definirati magnetske tokove zavojnice predstavljene na prethodnoj slici



B-H karakteristike a) zavojnice bez jezgre od feromagnetskog materijala b) zavojnice sa jezgrom od feromagnetskog materijala

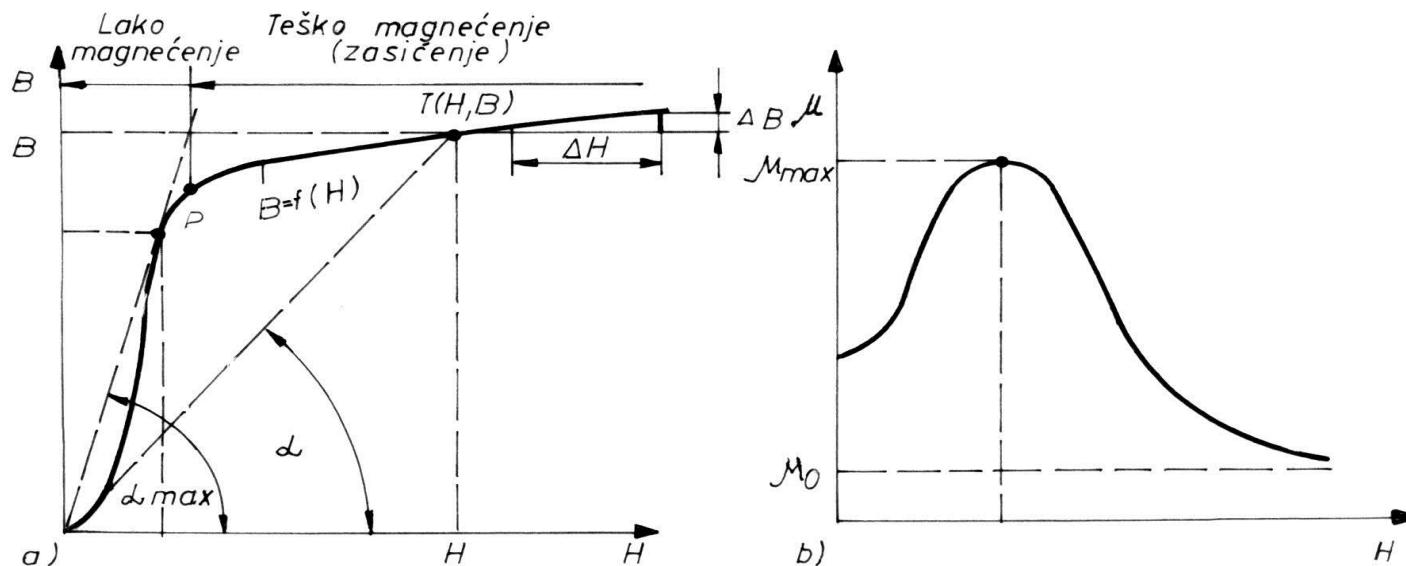
Tok Φ zavojnice, koji se zatvara u jezgri od feromagnetskog materijala naziva se glavnim tokom, dok se tok koji se zatvara preko zraka naziva rasipnim tokom zavojnice (Φ_r).

VRSTE I MAGNETSKE KARAKTERISTIKE FEROMAGNETSKIH MATERIJALA

Feromagnetski materijali su materijali kod kojih su paramagnetske osobine jako izražene. Ovi materijali imaju vrlo veliku relativnu permeabilnost ($\mu_r \gg 1$), a dobili su ime po željezu koje je glavni predstavnik ovih materijala. Osim željeza, tu spadaju još; nikel, kobalt i neke njihove legure te oksidi. Feromagnetski materijali imaju veliku primjenu u elektrotehnici, a posebno je izražena njihova upotreba kod transformatora, generatora, električnih motora svih vrsta, magneta za dizanje tereta od feromagnetskih materijala, elektromagnetskih kontaktora i releja.

Kod feromagnetskih materijala nije moguće analitički izraziti ovisnost indukcije **B** o jakosti polja **H**, već se ta ovisnost prikazuje grafički u vidu dijagrama dobijenih na osnovu mjerenja **B** i **H**.

Amplitudna magnetska permeabilnost je definirana kao omjer indukcije **B** i jakosti magnetskog polja **H**, tj. $\mu = \frac{B}{H}$, pa je u grafičkom prikazu μ jednak tangensu kuta α što ga zatvara pravac kroz ishodište i tačku **T (H,B)** sa apcismom osi



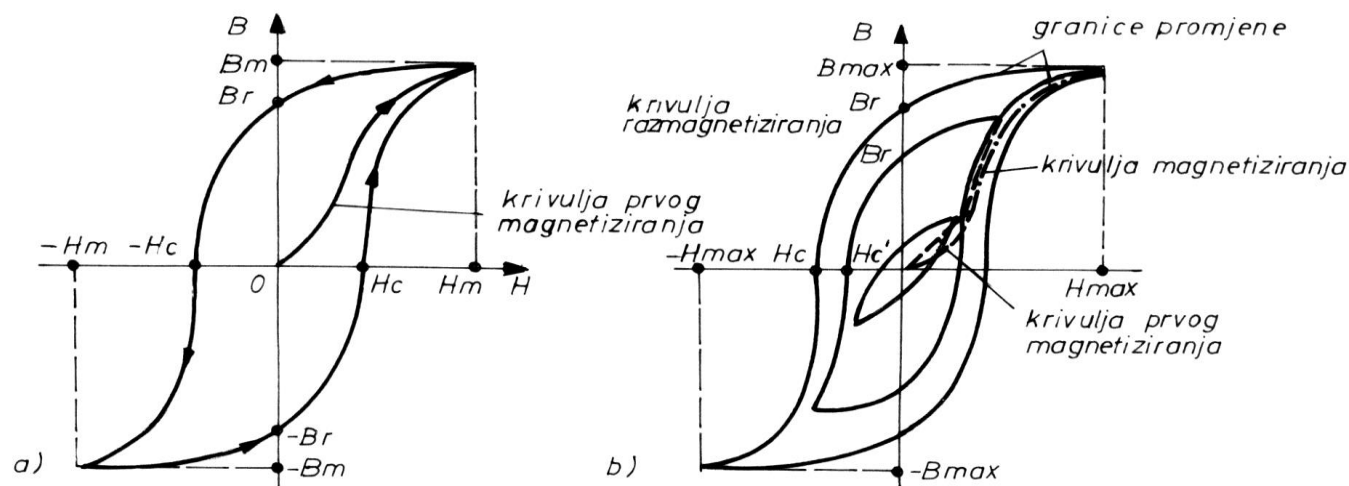
Karakteristike $B = f(H)$ i $\mu = f(H)$ feromagnetskih materijala

Objašnjenje za to leži u orijentaciji magnetskih dipola. Još dok je materijal nemagnetiziran, magnetski dipoli su nepravilno orijentirani . Već i malo polje \mathbf{H} orijentira veliki broj dipola u smjeru polja, pa kod neke vrijednosti polja su gotovo svi dipoli orijentirani u smjeru polja \mathbf{H} . Dalji porast indukcije \mathbf{B} jednak je porastu indukcije u vakuumu kod istog porasta polja $\Delta \mathbf{B} = \mu_0 \cdot \Delta \mathbf{H}$. Dio krivulje magnetiziranja na kojem počinje zasićenje zove se koljeno.

Krivulju $\mathbf{B} = f(\mathbf{H})$ na slici koja se dobije postepenim povećanjem jakosti polja \mathbf{H} u feromagnetskom materijalu, naziva se privulja prvog magnetiziranja

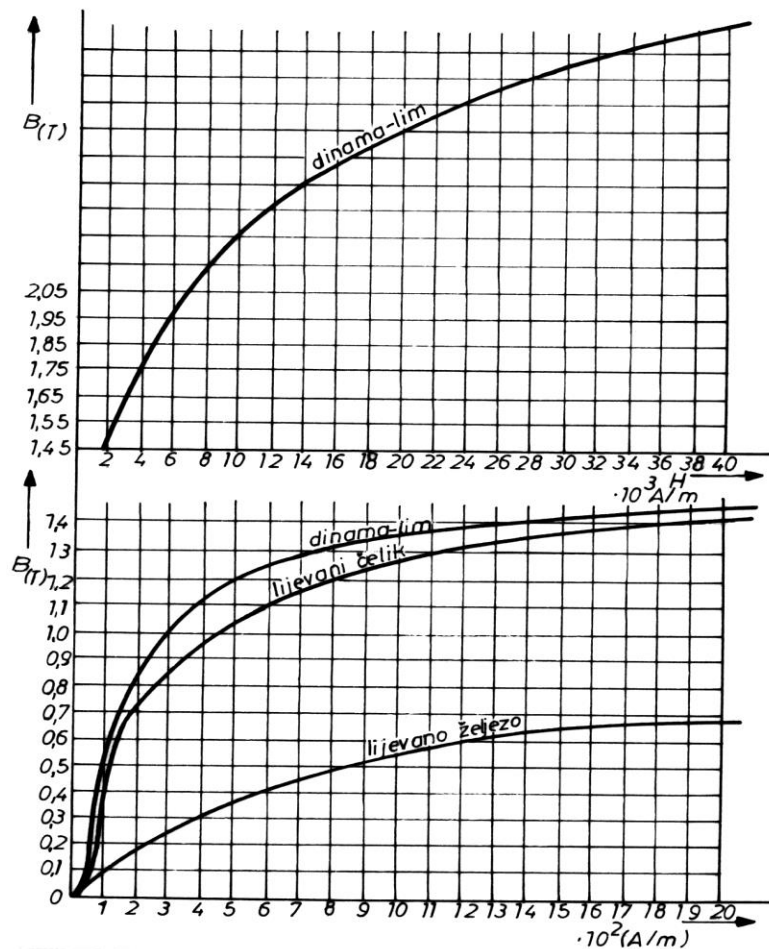
Najveću vrijednost polja na krivulji magnetiziranja označimo sa \mathbf{H}_m kao što je to prikazano na narednoj slici. Ako sada polje postepeno smanjujemo od \mathbf{H}_m do nule, a zatim mijenjamo smjer polja i povećavamo ga od **0 do $-\mathbf{H}_m$** , magnetska indukcija će zaostajati za poljem i nastati će nova krivulja ovisnosti indukcije \mathbf{B} i polja \mathbf{H} . Isto tako daljnjim mijenjanjem polja \mathbf{H} u granicama od **$-\mathbf{H}_m$ do \mathbf{H}_m** stvoriti će se nova krivulja, koja će sa prethodnom činiti zatvorenu petlju

Ovo zaostajanje magnetske indukcije **B** za jakost polja **H** zove se magnetska histereza, a dobijena zatvorena krivulja zove se petlja histereze. Kod smanjenja jakosti polja **H** na nulu zaostala je magnetska indukcija **B_r** u feromagnetskom materijalu, koja se zove remenentna indukcija. Ova pojava se objašnjava time što jedan dio elementarnih magnetskih dipola i dalje ostane usmjeren, iako ne postoji polje



Krivulja petlje histereze a); prikaz postupka dobijanja krivu magnetiziranja b)

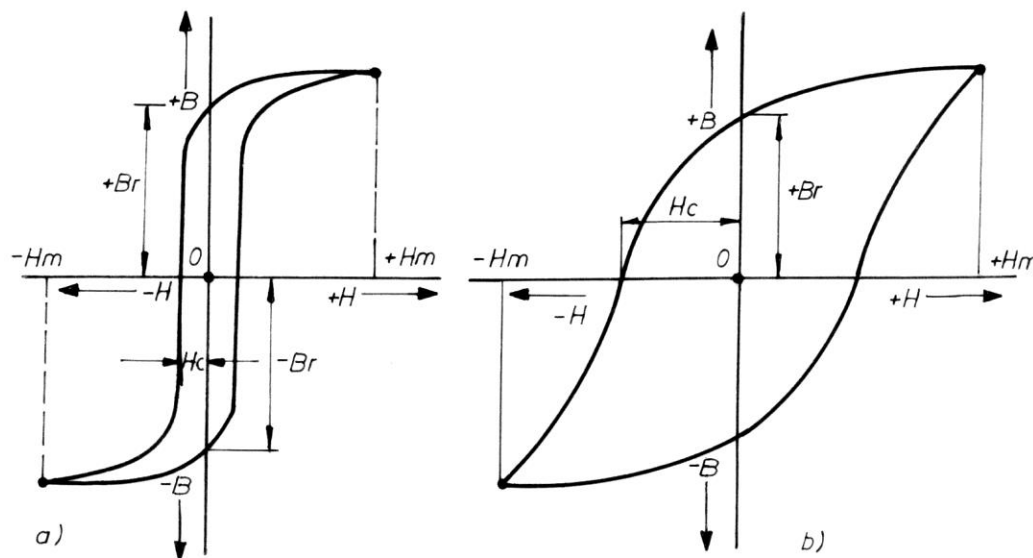
- Takvo stanje feromagnetskog materijala zove se permanentni magnet. Remenentna magnetska indukcija će se mijenjati ako sada dovedemo polje \mathbf{H} suprotnog smjera. Kod vrijednosti polja " $-\mathbf{H}_c$ " magnetska indukcija u potpunosti išćeza (slika a) a polje \mathbf{H}_c zove se koercitivno polje ili koercitivna sila.
- Kontinuiranu promjenu polja \mathbf{H} u granicama $+\mathbf{H}_m$ i $-\mathbf{H}_m$ možemo postići sinusoidalnom strujom. Pri tome bi svaka perioda sinusoidalne struje opisala jednu petlju histereze. Oblik petlje histereze za dati materijal ovisi o maksimalnoj jakosti polja (slika b). Krivulja koja se dobije spajanjem vrhova tako dobijenih petlji histereze, naziva se krivulja magnetiziranja. Ova krivulja se obično daje u podacima o materijalu. Krivulje magnetiziranja nekih važnih magnetskih materijala su date na narednoj slici.



*Krivulje magnetiziranja nekih feromagnetskih materijala
(dinamolim, lijevani čelik, lijevano željezo)*

Razmagnetiziranje feromagnetskih materijala postiže se uzastopnim promjenama smjera polja uz smanjenje maksimalne vrijednosti polja

Razmagnetiziranje feromagnetskih materijala postiže se uzastopnim promjenama smjera polja uz smanjenje maksimalne vrijednosti polja. Feromagnetske materijale možemo razmagnetizirati tako da ih izložimo mehaničkom i toplinskom naprezanju. Naročito je efikasan način koji se sastoji u žarenju materijala iznad njegove tzv. kritične temperature. Za svaki materijal postoji određena temperatura kod koje on potpuno gubi magnetska svojstva. Ta temperatura se zove **Curieva tačka**. Kao primjer navedimo da je kritična temperatura željeza približno 760°C .



Petlja histereze: a) mekih, b) tvrdih magnetskih materijala

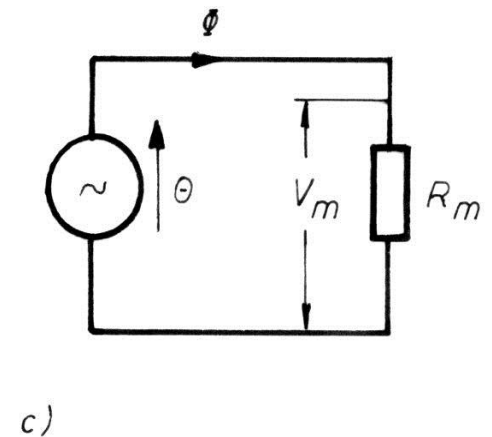
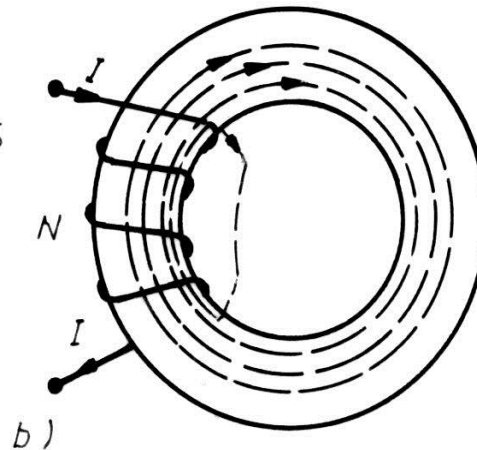
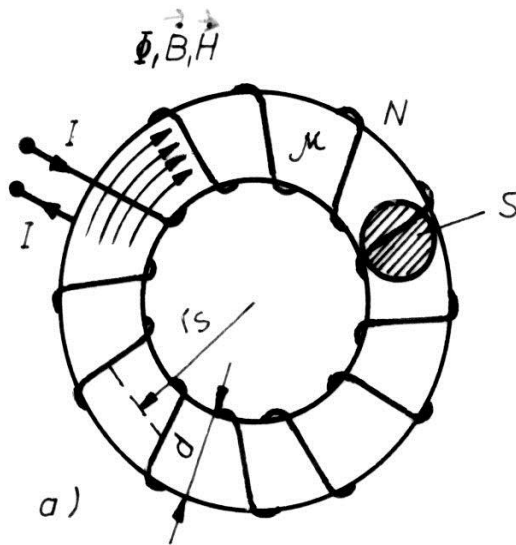
- Materijal s uskom petkom histereze, kakvu ima dinamo-lim, upotrebljava se u onim slučajevima kada je feromagnetski materijal za vrijeme pogona izvrnut stalnim promjenama magnetskog polja. To znači da se od takvog materijala trebaju izrađivati jezgre onih namota kroz koje za vrijeme rada protiču naizmjenične struje. Primjer takvih uređaja su jezgre transformatora, prigušnica, asinhronih motora, statori sinhronih motora i generatora, rotori istosmjernih motora i generatora itd.
- Tvrdi magnetski materijali, kao što su specijalni čelici i njihove legure, teže se magnetiziraju, a pri nestajanju magnetizirajuće sile zadržavaju jak remenentni magnetizam. Zbog toga su prikladni za izradu jakih trajnih (permanentnih) magneta kakve trebamo kod nekih električnih generatora, telefonskih slušalica, instrumenata itd. Napomenimo još da je karakteristika tvrdih feromagnetskih materijala da imaju veliku korektivnu silu **H_c**

MAGNETSKI KRUG

Električni motori i generatori, transformatori, elektromagneti, kontaktori, elektromagnetski releji itd. imaju i dijelove izvedene od feromagnetskih materijala kroz koje protiču najvećim djelom magnetski tokovi što ih stvaraju uzbudne struje njihovih namota. Stoga kod navedenih i drugih električnih uređaja izvedenih sa dijelovima od feromagnetskog materijala, možemo govoriti o električnim i magnetskim krugovima.

Općenito se može reći da se pod pojmom magnetskog kruga podrazumijeva cjelokupni prostor kroz koji se zatvaraju magnetske silnice.

Razmotrimo jednostavan magnetski krug koji ima jezgru u obliku torusa od feromagnetskog materijala permeabilnosti μ prikazan na slici. Debljina torusa d neka je mnogo puta manja od srednjeg promjera torusa. Po cijelom torusu je jednoliko i gusto namotana zavojnica od N zavoja kroz koju teče struja I . Struja I stvori u torusu magnetsko polje jačine H . Sve magnetske silnice se zatvaraju kroz feromagnetsku jezgru torusa, jer je magnetska vodljivost feromagnetskog materijala mnogo puta veća od okolnog zraka.



Ukupan broj silnica magnetske indukcije **B** jednak je toku Φ . Budući da je debljina torusa mnogo puta manja od srednje duljine silnice

$\ell_{sr} = 2 \pi r_{sr}$, magnetsko polje po presjeku torusa može se smatrati homogenim. Njegove magnetske silnice su koncentrične kružnice.

Jačina magnetskog polja torusa može se izračunati na osnovu izraza

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{I} \mathbf{N}}{\ell}$$

gdje je: ℓ - dužina srednje silnice magnetskog toka,

N – broj zavoja torusa,

I – jačina struje koja teče kroz zavojnicu torusa.

Magnetski tok Φ torusa može se prikazati u obliku

$$\Phi = B S = \mu H S = \mu \frac{I N}{\ell} S$$

gdje je **S** – površina presjeka torusa

Protjecanje odnosno magnetomotorna sila (**MMS**) torusa može se

izraziti u obliku $\theta = I N = H \ell$

Sada definirajmo magnetski otpor \mathbf{R}_m jednostavnog magnetskog kruga kao odnos magnetomotorne sile i magnetskog toka tj.

$$R_m = \frac{\theta}{\Phi}$$

Koriste li se prethodni izrazi magnetski otpor \mathbf{R}_m , može se prikazati u obliku

$$R_m = \frac{I N}{B S} = \frac{N I}{\mu H S} = \frac{N I}{\mu S \frac{N I}{\ell}} = \frac{\ell}{\mu S}$$

Izraz je po obliku potpuno analogan izrazu za Omov zakon strujnog

kruga, stoga ga nazivamo **Ohmov zakon za magnetski krug**.

Odnosno

$$R_m = \frac{\ell}{\mu S} \left(\frac{A}{Vs} = \frac{1}{\Omega s} = \frac{1}{H} \right).$$

Izraz je analogan izrazu za električni otpor metalnog vodiča duljine ℓ , presjeka \mathbf{S} i vodljivosti κ .

Jedinica za magnetski otpor je $1/\Omega s$ odnosno 1/Henri.

Recipročna vrijednost magnetskog otpora naziva se magnetskom vodljivošću i može se prikazati u obliku $\lambda = \frac{1}{R_m} (\Omega_s = 1H)$

Uočavamo da su vrijednosti magnetskog otpora R_m i magnetske vodljivosti λ određene dimenzijama i vrstom materijala magnetskog kruga.

Da bi mogli napraviti analogiju između električnog i magnetskog kruga definirajmo i pojam magnetskog pada napona V_m na magnetskom otporu R_m . Na dijelu magnetskog kruga otpora R_m magnetski tok stvara magnetski pad napona $V_m = \Phi R_m$

Između električnog i magnetskog kruga možemo postaviti sljedeću analogiju:

Analogne veličine

Električnog kruga

Električna struja I (A)

Elektromotorna sila E (V)

Električni napon U (V)

Električni otpor $R = \frac{1}{\kappa S} (\Omega)$

Specifična vodljivost $\kappa \left(\frac{1}{\Omega m} \right)$

Magnetskog kruga

Magnetski tok Φ (Vs)

Magnetnomotorna sila $\theta = I N$ (Az)

Magnetski napon $V_m = \Phi R_m$ (A)

Magnetski otpor $R_m = \frac{1}{\mu S} \left(\frac{1}{\Omega_s} \right)$

Permeabilnost $\mu \left(\frac{\Omega_s}{m} \right)$

INDUKOVANI NAPON

Do sada smo se bavili samo elektrostatskim i magnetskim poljima, koja su se pojavljivala kao nezavisni fenomeni. Jedinu vezu između električnih i magnetskih pojava utvrdili smo kod električne struje, koja u svakoj okolini stvara magnetsko polje. Međutim, kod vremenski promjenljivih električnih i magnetskih polja prisutna je njihova čvrsta veza, jer vremenski promjenljivo magnetsko polje stvara vremenski promjenljivo električno polje i obratno. Takvo čvrsto vezana električna i magnetska polja, čine jedinstveno tzv. elektromagnetsko polje. Vezu između vremenski promjenljivih električnih i magnetskih polja prvi je uočio Faraday 1831. godine. On je eksperimentalno utvrdio da se prilikom uključivanja i isključivanja istosmjerne struje u jednoj zavojnici, inducira struja u drugoj kratkospojenoj vodljivoj zavojnici koja se nalazila u blizini prve zavojnice

Skoro istovremeno, nezavisno od Faradaya, Henri je otkrio da se u kratkospojenom vodljivom zavoju inducira struja kada mu se približava ili od njega udaljava stalni magnet.

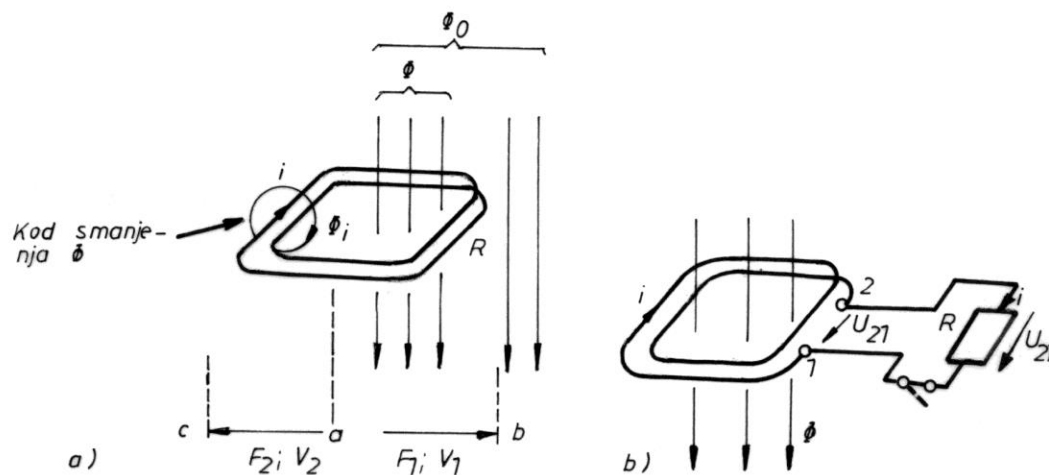
Dalje je Faraday ustanovio da kada se unutar zavojnice vremenski mijenja magnetski tok Φ tada u zvojnici protiče struja i tako da vrijedi jednačina

$$i R = U(t) \approx N \frac{d\Phi}{dt}$$

gdje je: **U(t)** - indukovani napon;

$\frac{d\Phi}{dt}$ - brzina vremenske promjene magnetskog toka obuhvaćenog zavojnicom;

N - broj zavoja zavojnice.

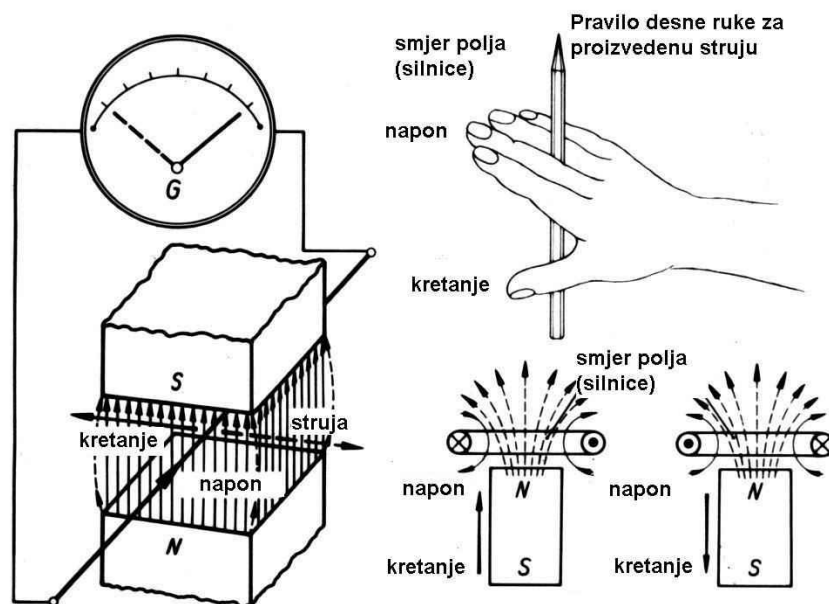


Magnetski dok Φ obuhvaćen zavojnicom a); na zavojnicu u kojoj se indukuje napon U_{21} priključen potrošač R b)

Promjenu magnetskog toka zavojnice, a time i nastanak $\mathbf{U(t)}$, možemo ostvariti na sljedeće načine:

- Gibanjem zavojnice u stalnom (vremenski nepromjenljivom) magnetskom toku Φ_0 . Ako se zavojnica giba brzinom $\mathbf{v_1}$ od **a** prema **b** broj magnetskih silnica unutar zavojnice se povećava, ako se zavojnica giba brzinom \mathbf{v} od **a** prema **c** broj magnetskih silnica kroz zavojnicu se smanjuje. Promjena brzine toka je veća što je veća brzina \mathbf{v} ;
- Zavojnica ostaje nepomična, vremenski nepromjenljivi magnetski tok se prostorno giba (npr. stalni magnet se relativno giba prema zavojnici) tako da se mijenja broj magnetskih silnica obuhvaćen zavojnicom;
- Zavojnica stoji nepomično, tok Φ koji protiče kroz zavojnicu se vremenski mijenja tj. $\Phi = \mathbf{f(t)}$. Vremenska promjena toka obuhvaćenog zavojnicom može biti rastuća ili opadajuća.

Do istih rezultata došao je H.F.E. Lenz koji je izrekao i vrlo korisno pravilo o smjeru induciranog napona $\mathbf{U(t)}$. To pravilo tvrdi da je smjer induciranog napona $\mathbf{U(t)}$ takav da se on suprostavlja uzroku koji ga proizvodi.



Ilustracija Lencova pravila

U zatvorenoj konturi (zavoju ili zavojnici) pri porastu toka inducira se struja koja ima takav smjer da stvara vlastiti tok suprotan prvobitnom toku, a pri smanjenju toka inducirana struja proizvest će vlastiti tok u smjeru prvobitnog toka i na taj način će se suprostaviti nastaloj promjeni toka.

Rezultate tih radova kasnije je Maxwel matematički formulisao i razradio Faradayeve ideje. On je dokazao da pojava elektromagnetske indukcije nastaje pri promjeni magnetskog toka ne samo u zatvorenim vodljivim nego i u nevodljivim konturama. Faraday-Lencov zakon o induciranom naponu u zatvorenoj konturi matematički se može prikazati izrazom

$$U(t) = -\frac{d\Phi}{dt} .$$

Dakle, inducirani napon **U(t)** u zatvorenoj konturi (zavoju) jednak je negativnoj brzini promjene magnetskog toka koji je obuhvaćen tom konturom. Predznak minus u jednadžbi pretstavlja matematički prikaz Lencovog pravila o smjeru induciranog napona.

Ako se radi o zavojnici sa **N** zavoja, onda je indukovani napon u zavojnici dat izrazom $U(t) = -N \frac{d\Phi}{dt}$.

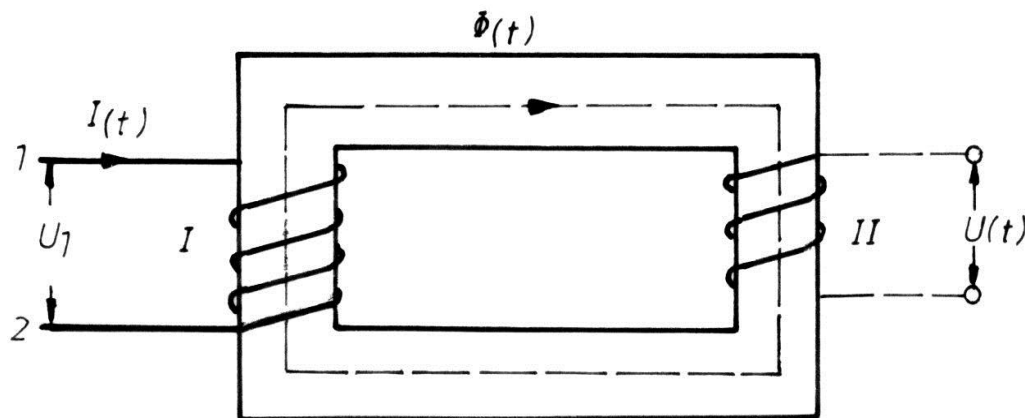
Ako tok Φ nazovemo **tokom zavoja** onda je **tok zavojnice** ψ dat izrazom $\psi = N \Phi$.

Koristeći pojam toka zavojnice indukovani napon zavojnice može se prikazati i u obliku $U(t) = -\frac{d\psi}{dt}$.

U tehničkoj praksi se vrlo često srećemo sa tzv. indukovanim naponima transformacije i rotacije

INDUKOVANI NAPON TRANSFORMACIJE

Ako kroz zavojnicu I uređaja pretstavljenog na slici protiče vremenski promjenljiva struja $I(t)$, onda zavojnica I stvara vremenski promjenljivi tok $\Phi(t)$ koji protiče i kroz zavojnicu II.

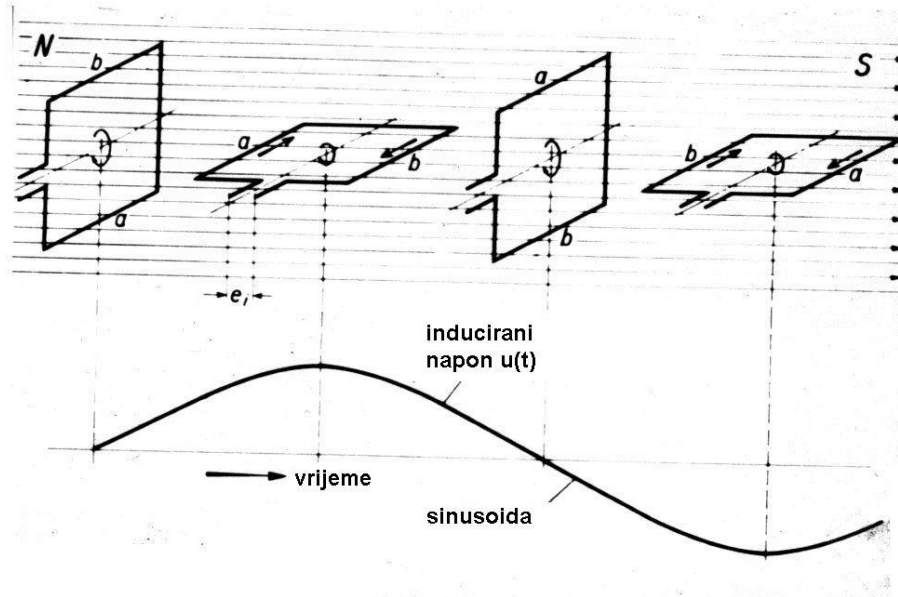


Dobijanje indukovanog napona transformacije $U(t)$

Taj vremenski promjenljivi tok indukuje napon $U(t)$ i u zavojnici II. Tako dobiveni indukovani napon naziva se indukovanim naponom transformacije. Tipičan primjer dobijanja ove vrste indukovanog napona imamo kod transformatora prema čemu je i dobio ime indukovani napon transformacije.

INDUKOVANI NAPON ROTACIJE

Neka se zavoj vrti oko svoje osi kružnom brzinom ω u vremenski nepromjenljivom magnetskom polju.



Ilustracija promjene magnetskog toka koji protiče kroz zavojnicu koja se vrti u stalnom magnetskom polju

U prvom položaju zavoja sav tok Φ protiče kroz zavoj. Ako se zavoj nalazi u drugom položaju, onda kroz njega ne teče nikakav magnetski tok Φ .

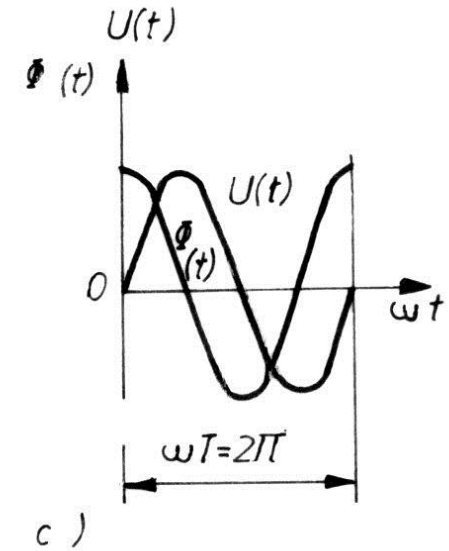
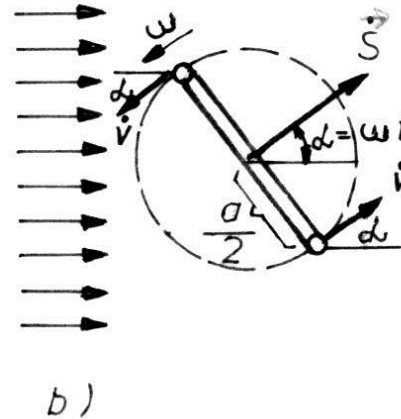
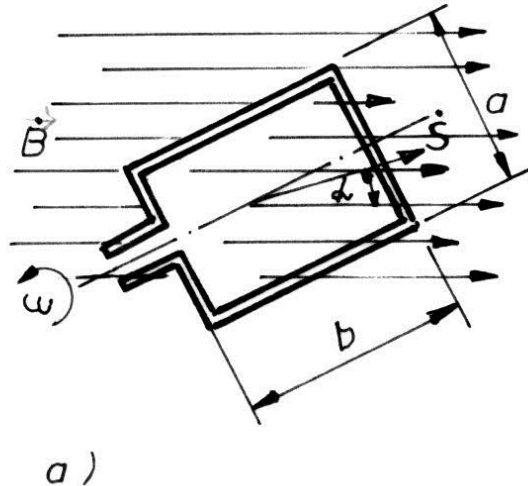
Slična situacija nastaje u trećem i četvrtom položaju zavoja i na osnovu toga se može zaključiti da se i kod vrtnje zavoja u stalnom magnetskom polju vremenski mijenja veličina toka koji prolazi kroz plohu zavoja. To znači da će se u zavoju, koji se vrti u vremenski nepromjenljivom magnetskom polju indukovati napon **$U(t)$** . Tako dobijeni indukovani napon se naziva indukovani napon rotacije. Indukovani napon **$U(t)$** u zavoju kod jednog njegovog punog okreta se vremenski mijenja po zakonu sinusa.

Promatrajmo zavoj pravokutnog oblika, koji rotira kružnom brzinom ω u homogenom magnetsom polju indukcije **B** . Magnetski tok kroz zavoj u trenutku t , kada normala na površinu zvoja čini se smjerom magnetskog polja kut α), je dat izrazom

$$\Phi = B S \cos \alpha = \Phi_{\max} \cos \alpha$$

gdje je: $S = a b$ – površina zavoja;

$\Phi_{\max} = B S$ – maksimalni tok kroz zavoj.



Zavojnica u magnetskom polju a) i b); vremenski tokovi *magnetskog toka* $\Phi(t)$ *obuhvaćenog zavojem* i *indukovanog napona* $U(t)$ *zavoja* c)

Inducirani napon u zavoju je $U(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = B S \frac{d\alpha}{dt} \sin \alpha$,

gdje je $\frac{d\alpha}{dt} = \omega$ - kružna brzina rotacije zavoja

Ako je kružna brzina ω konstantna, tada je $\alpha = \omega t$ pa se može pisati

$$\mathbf{U(t) = B S \omega \sin \omega t = U_m \sin \omega t}$$

gdje je: $\mathbf{U_m = B S \omega}$ - maksimalna ili tjemena vrijednost inducirane EMS.

Dobijena EMS zove se naizmjenična ili sinusna **EMS**. Grafički prikaz toka i odgovarajućeg induciranog napona **U(t)**, u ovisnosti o vremenu, dat je na slici. U trenutku kada je tok maksimalan inducirani napon **U(t)** je nula.

Najveći inducirani napon nastaje u trenutku kada tok mijenja predznak, tj. kada prolazi kroz nul-vrijednost. Zbog toga kažemo da inducirani napon **U(t)** kasni iza toka za četvrtinu perioda **T**. Perioda **T** je vrijeme potrebno da se zavoj okrene oko svoje ose.

Iz izraza $\omega T = 2\pi$ slijedi da je $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Broj punih okretaja zavoja u sekundi zove se frekvencija $f = \frac{1}{T}$.
Jedinica za frekvenciju je 1 Hz (herc) = 1 s⁻¹.